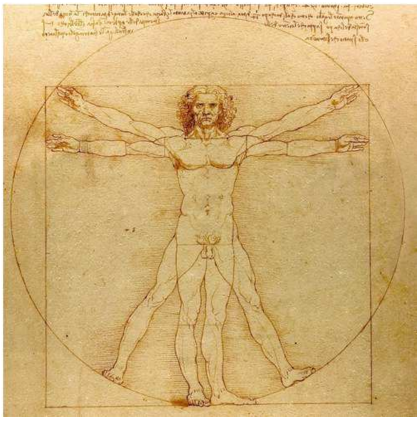
La formula segreta

Tartaglia e Cardano: il duello matematico

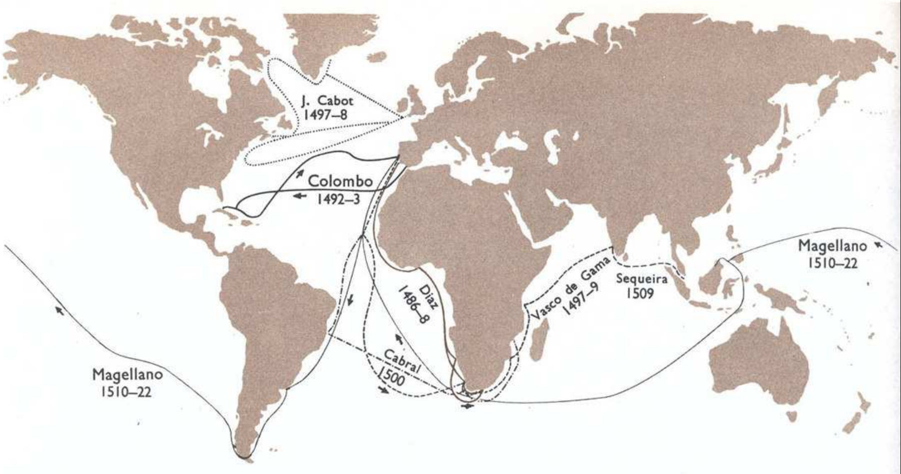
Livia Giacardi
Università di Torino

Teatro e Scienza – Torino 25 novembre 2016

Lo scenario
Umanesimo e Rinascimento



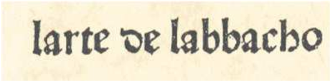
Le scoperte geografiche
si amplia il mondo conosciuto



L'invenzione della stampa
con caratteri mobili e la sua rapida diffusione grazie anche all'introduzione dell'uso della carta, favorì la riproduzione dei testi e la maggiore circolazione della cultura e il sorgere di grandi biblioteche

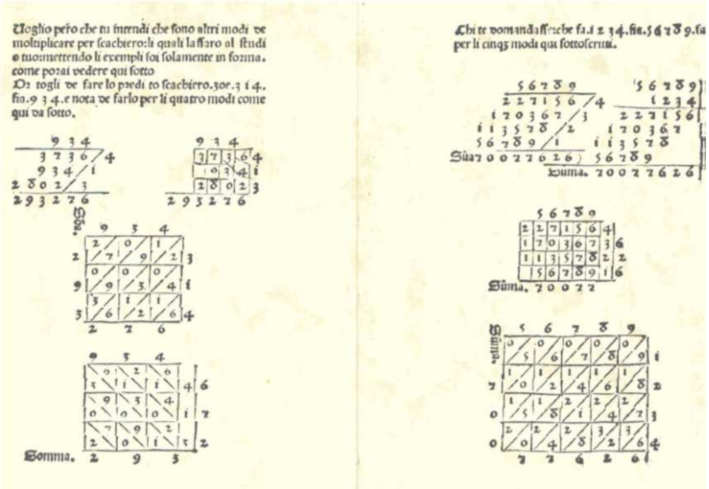
Johann Gensfleish, detto Gutenberg

Il maggiore stampatore dell'Umanesimo è Aldo Manuzio che nella sua tipografia a Venezia pubblica soprattutto testi classici, in particolare greci. Stampa per gli studenti i primi formati tascabili a un costo più ridotto. La precisione filologica e la lavorazione accurata rendono le sue edizioni insuperate.



Treviso, 1478

Il primo testo di matematica a venire stampato è un trattato d’abaco

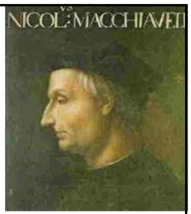

Voglio però che tu intendi che sono altri modi de moltiplicare per scachiero: li quali lassaro al studi o tuo: mettendo li exempli soi solamente in forma. come porai vedere qui sotto
Or togli de fare lo predito scachiero. 30r. 3 1 4. fia. 9 3 4. e nota de farlo per li quatro modi come qui da sotto.

Chi te domandasse: che fa. 1 2 3 4. fia. 5 6 7 8 9. fa per li cinq3 modi qui sottoscritti.

Le Scuole d’Abaco

- Furono istituite fin dal ‘300 per gestire la formazione matematica della nuova borghesia commerciale,
- costituivano un livello di studi medio preceduto da un ciclo di studi elementari,
- duravano 2 anni e vi si accedeva verso i 10-11 anni,
- preparavano all’esercizio di attività, commerciali ed artistiche.
- erano prevalentemente pubbliche, tranne che a Venezia e Firenze (botteghe d’abaco).

Niccolò Machiavelli (1469-1527)

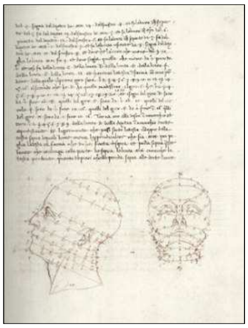


Ricordo come questo dì 3 di gennaio 1479 io allogai Nicolò mio figliuolo a Piero Maria maestro d'abaco che gl'insegnassi l'abaco, e d'acordo fumo gli dovessi dare per insegnatura di tutto fiorini uno largo in questo modo, cioè: uno mezo quando entrerà nelle librèttine, e un altro mezo fornito gli arà d'insegnare. (Bernardo Machiavelli, Libro di ricordi)

Francesco Guicciardini (1483-1540)

Attesi nella età tenera secondo la volontà di mio padre Piero, che diligentissimamente allevava 'e figliuoli, a studiare in cose di umanità, ed [...] imparai lo abaco assai bene, ed udii qualche cosa di logica benché poca, insino che cominciai a studiare in legge. (F. Guicciardini, Ricordanze)

La nascita della prospettiva



La prima esposizione teorica (sommaria) delle regole di prospettiva centrale si trova nel trattato Della pittura di Leon Battista Alberti (1404-1472).

Piero Della Francesca (1410?- 1492) nel De Prospectiva Pingendi perfezionò i risultati di L.B. Alberti

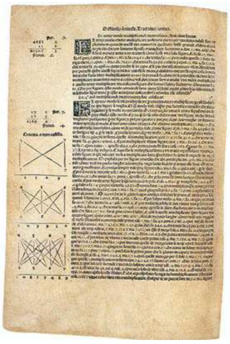
La riscoperta dei classici greci

Si traducono e si commentano Euclide, Archimede e Apollonio. Tra i traduttori e i commentatori si distinguono Francesco Maurolico (1494-1575) e Federico Commandino (1509-1575). Questi studi fornirono la base per i futuri sviluppi della matematica.

F. Commandino

Luca Pacioli (ca. 1445-1517)

Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et proportionalità, 1494 (rist 1523)



Enciclopedia di tutto il sapere abachistico, punto di partenza per i futuri sviluppi della matematica.

Scritta in un volgare cui si mescolano termini latini, greci.
Aritmetica, Calcolo algebrico, sommario degli Elementi di Euclide.

Luca Pacioli e le equazioni di terzo grado

Ma de numero, cosa e cubo tra loro stando composti […] non se possuto finora troppo bene trovar regole generali […] se non ale volte a tastoni in qualche caso particulare […] larte ancora a tal caso non a dato modo si commo ancora non e dato modo al quadrare del cerchio.

(L. Pacioli, Summa, 1494, c.150r)

N. Tartaglia, 1546

Gli algebristi del Cinquecento

L'algebra subisce una profonda evoluzione sia sul piano dei risultati, sia su quello dei metodi, sia ancora su quello del linguaggio

G. Cardano,
Ars magna, 1545

- formula risolutiva delle equazioni di 3° e di 4° grado
- si estende il campo numerico con l'introduzione dei numeri complessi
- linguaggio sincopato

R. Bombelli,
Algebra, 1572

I protagonisti

Girolamo Cardano

(Pavia 1501 - Roma 1576)

Della mia vita

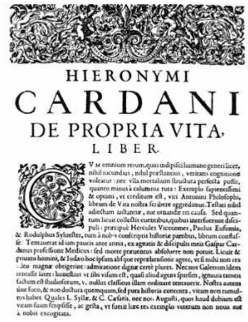
Sebbene si possa dire che questi sono eventi di scarsa importanza, li riferisco nell'ordine in cui avvennero perché […] si sappia che gli inizi ed il corso degli avvenimenti grandi sono spesso oscuri.

1522 (Pavia) […] partecipai a dispute pubbliche, nel Ginnasio insegnai Euclide, spiegai la dialettica per pochi giorni e la metafisica più a lungo.

1524 (Venezia) Dottore in Arti

1526 (Padova) Dottore in medicina

1529, 1537, 1539 Cerca di essere accolto nel Collegio dei Medici di Milano


HIERONYMI
CARDANI
DE PROPRIA VITA
LIBER.

1534 (Milano) cattedra di astronomia e matematica alla Scuole Piattine

1543-44 Insegna medicina a Milano e Pavia

1562-70 Insegna a Bologna (faceva parte dello Stato della Chiesa)

1570 Viene arrestato per sospetto di eresia (rilasciato nel 1571)

1571-76 Si trasferisce a Roma

Carattere: iracondo, schietto e libidinoso

Così a Milano come a Pavia e a Bologna, in Francia e in Germania, da quando avevo circa ventitrè anni non sono riuscito a trovare qualcuno che fosse alla mia altezza nella discussione o nella disputa; ma non me ne vanto.

Quanto al mio modo inimitabile di insegnare, ha cessato di essere oggetto di ammirazione al livello più semplice, al "grado positivo" come dicono i grammatici, tanto lo è diventato al grado superlativo … d'altra parte non solo ho sempre primeggiato nel dono di far lezione in modo estemporaneo ma l'ho anche insegnato ad altri .

Niccolò Fontana Tartaglia

(Brescia ≈ 1499 – Venezia 1557)

Nato da «Micheletto cavallaro»,
Niccolò rimane orfano di padre a sei anni.
L'evento che più segna la sua vita è il «Sacco di Brescia» ad opera delle truppe francesi nel 1512.
Così lo ricorda Niccolò:

Quando che li Francesi saccheggiorno Bressa … ma più che essendo io fugito nel domo de Bressa insieme con mia madre et mia sorella et molti altri huomini, et donne della nostra contrata, credendone in tal luogo esser salvi, almen della persona, ma tal pensier ne andò fallito perche in tal giesa alla presentia mi fur date cinque ferrite mortale … non solamente io non poteva parlare (salvo che in gorga come fanno le gazzole) ma neanche poteva manzare.

Brescia, Duomo vecchio

… essendo io quasi guarito di tale et tai ferrite steti un tempo che io non poteva ben proferire parole, ma sempre balbutava … me imposero il sopranome de Tartalea. (Tartaglia, Quesiti et inventioni diverse, 1554, 70)

Difficoltà economiche:

… vero è che essendo poi di età di anni 14 vel circa andei volontariamente circa giorni 15 à scola de scrivere da uno chiamato maestro Francesco, nel qual tempo imparai affare la A.b.c. per fin al k de lettera mercantesca.

Autodidatta

≈ 1518 - 1534 si sposta a Verona

1521: attivo come matematico

1529: maestro d'abaco

Tartaglia racconta la storia della scoperta della formula risolutiva dell'equazione cubica e la pittoresca diatriba con Cardano nei
Quesiti et inventioni diverse (1546, 1554)
http://mathematica.sns.it/opere/27

Pratica delle pubbliche disfide

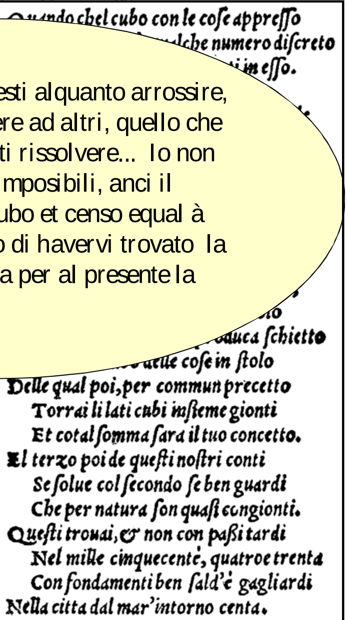
1530 Zuanne Tonini da Coi gli propone i seguenti due quesiti (Q. XIIII)

1) Trovatime un numero, qual multiplicato per la sua radice più tre, mi faccia cinque. [$x^2(x+3) = 5$]

2) Similmente trovatime 3 numeri, ma chel secondo sia 2 più del primo, et chel terzo sia pur 2 più del secondo, et che multiplicato el primo fia el secondo, et quel produtto fia el terzo, faccia 1000.
[$x(x+2)(x+4) = 1000 \quad x^3 + 6x^2 + 8x = 1000$]

" ...et dico che vi doveresti alquanto arrossire, a proponere da rissolvere ad altri, quello che voi medesimo non sapeti rissolvere... Io non dico che tai casi siano imposibili, anci il primo, cioe quello de cubo et censo equal à numero io me persuado di havervi trovato la sua regola generale, ma per al presente la voglio tacere..."

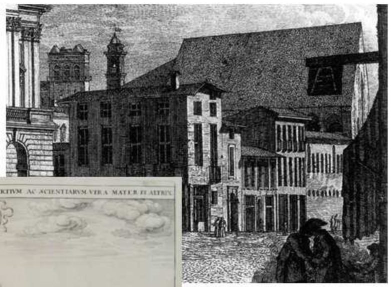
Nel febbraio 1535 Tartaglia sostiene la disfida con Antonio Maria Fiori e risolve i 30 problemi posti dall'avversario, in due ore, perché:
" ....tutti conducevano l'operatore in el capitolo de cosa e cubo equal a numero [cioè alla equazione $x^3 + px = q$] ...e poi .....per havervi trovato circa giorni .8. avanti regola generale...."


Delle qual poi, per commun precetto
Torrai li lati cubi insieme gionti
Et cotal somma sara il tuo concetto.
El terzo poi de questi nostri conti
Se solve col secondo se ben guardi
Che per natura son quasi congionti.
Questi trovai, & non con passi tardi
Nel mille cinquecente, quatroe trenta
Con fondamenti ben sald'e gagliardi
Nella citta dal mar'intorno centa.

Q. XXXIIII

La ‘disfida’ matematica

Venezia



Milano

Bologna

Nel gennaio 1539 Cardano, tramite il suo libraio, chiede a Tartaglia di rivelargli la regola da lui scoperta:

“ ...fatto da M. Zuanantonio libraro di Bassano per nome d’un Messer Hieronomo Cardano ...adi .2. Genaro 1539... et al presente fa stampare una sua opera in la pratica di Arithmetica et Geometria et in Algebra che sara una bella cosa. Et perche egli ha inteso voi esser stato in disputa con maestro Antoniomaria fiore et... che il detto maestro vi propose tutti li suoi 30 che vi conducevano in Algebra in un capitolo di cosa e cubo equal à numero. Et che voi trovasti regola generale à tal capitolo,… Et pertanto sua eccellenza vi prega che voi gli vogliate mandare di gratia tal regola da voi trovata, et s’el vi pare lui la dara fora in la presente sua opera sotto vostro nome, et se anchor el non vi pare, che lui la dia fora, la tenera segreta.” (Q. XXXI)

Tartaglia risponde:

“ Diceti à sua eccellenza, che quella mi perdona, che quando voro publicar tal mia invenzione la voro publicar in opere mie, et non in opere de altri, si che sua eccellenza mi habbia per iscuso.”

Il 12 febbraio 1539, Cardano scrive:

> "… e trarvi fora di fantasia che voi vi crediate essere si grande vi faro conoscere con amorevole admonitioni per le vostre parole medesime che seti più appresso a la valle che alla sumita del monte… vi domando di gratia con che credeti parlare con li vostri scolari over con huomini…"

Il 19 marzo 1539 Cardano scrive un'altra lettera in cui invita Tartaglia a recarsi a Milano.
Il 25 marzo 1539 i due si incontrano in casa di Cardano che rinnova con insistenza la sua richiesta (Q. XXXIIII) della regola generale al Capitolo di cose e cubo uguale a numero, promettendo che non svelerà ad alcuno e giurando solennemente che non la pubblicherà nel lavoro che sta scrivendo.
Tartaglia gli comunica i famosi versi.

Il 9 aprile 1539, Cardano rassicura Tartaglia sulla validità della promessa fatta e lo informa che sta per ultimare la stesura dell'opera Practica arithmeticae e, non avendo ben compreso i versi, gli chiede spiegazioni.
Le lettere successive mostrano che i rapporti fra i due si sono ormai guastati irrimediabilmente.

HIERONIMI C.CARDANI MEDICI MEDIOLANENSIS, PRACTICA ARITHmetice, & Mensurandi singularis. In qua que preter alias cōtinentur, versa pagina demonstrabit.

I versi di Tartaglia

$x^3 + px = q$

$x^3 = px + q$

$x^3 + q = px$

I coefficienti devono essere positivi

Quando chel cubo con le coſe appreſſo
Se agguaglia à qualche numero diſcreto
Trouan dui altri differenti in eſſo.
Dapoi terrai queſto per conſueto
Che'l lor produtto ſempre ſia eguale
Al terzo cubo delle coſe neto,
El reſiduo poi ſuo generale
Delli lor lati cubi ben ſottratti
Varra la tua coſa principale.
In el ſecondo de coteſti atti
Quando che'l cubo reſtaſſe lui ſolo
Tu oſſeruarai queſt'altri contratti,
Del numer farai due tal part'à uolo
Che l'una in l'altra ſi produca ſchietto
El terzo cubo delle coſe in ſtolo
Delle qual poi, per commun precetto
Torrai li lati cubi inſieme gionti
Et cotal ſomma ſara il tuo concetto.
El terzo poi de queſti noſtri conti
Se ſolue col ſecondo ſe ben guardi
Che per natura ſon quaſi congionti.
Queſti trouai, & non con paßi tardi
Nel mille cinquecentè, quatroe trenta
Con fondamenti ben ſald'è gagliardi
Nella citta dal mar'intorno centa.

"Quando che 'l cubo con le cose appresso
Se agguaglia a qualche numero discreto
Trovan dui altri differenti in esso
Da poi terrai questo per consueto,
che 'l loro produtto sempre sia uguale,
al terzo cubo delle cose neto,
el residuo poi suo generale
delli lor lati cubi ben sottratti,
varrà la tua cosa principale

$x^3 + px = q$

$$\begin{cases} u - v = q \\ u \cdot v = \left(\frac{p}{3}\right)^3 \end{cases}$$

$x = \sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}$

Occorre trovare due numeri u e v tali che

$$u \cdot v = \frac{p^3}{27} \qquad u - v = q,$$

allora $x = \sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}$

è soluzione dell'equazione.

$u = v + q$

$(v+q)v = \frac{p^3}{27}$

$$v^2 + qv - \frac{p^3}{27} = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} - \frac{q}{2} \qquad v + q = u = \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} + \frac{q}{2}$$

$$x = \sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v} = \sqrt[3]{\sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} + \frac{q}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} - \frac{q}{2}}$$

… continua

In el secondo de cotesti atti
Quando che'l cubo restasse lui solo
Tu osservarai quest'altri contratti
Del numero farai due tal part'à volo
Che l'una in l'altra si produca schietto
El terzo cubo delle cose in stolo
Delle qual poi, per comun precetto

$x^3 = px + q$

$u + v = q$

$uv = (p/3)^3$

$x = \sqrt[3]{u} + \sqrt[3]{v}$

$$x = \sqrt[3]{u} + \sqrt[3]{v} = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}}$$

… continua

El terzo poi de questi nostri conti
Se solve col secondo se ben guardi
Che per natura son quasi congionti.

$x^3 + q = px$ [3]

Se si confronta con la

$x^3 = px + q$ [2]

Che cosa significa che l'equazione di tipo [3] è quasi congionta con quella di tipo [2]?

Supponiamo che [illegible] sia una soluzione di [2], allora vale [illegible]

Proviamo a sostituire [illegible] al posto di [illegible] [illegible], ossia [illegible]

e questo significa che [illegible] è una soluzione di [3]

Quindi le soluzioni dell'equazione cubica di tipo [3] sono le soluzioni dell'equazione cubica di tipo [2] cambiate di segno.

Questi trovai et non con passi tardi
Nel mille cinquecente, quatro e trenta
Con fondamenti ben saldi e gagliardi
Nella città dal mar' intorno centa.

Civitates Orbis Terrarum, 1572, Venezia

Se l'equazione data $x^3 + px + q = 0$ ha coefficienti reali

$\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} > 0$ 1 radice reale e 2 complesse coniugate

$\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = 0$ 3 radici reali, di cui 1 con molteplicità 2

$\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} < 0$ 3 radici reali e distinte

L'ultimo caso, il caso irriducibile, è particolarmente interessante perché benché le radici siano reali, il loro calcolo, con la formula precedente, richiede l'estrazione di radici cubiche di numeri complessi.

Cardano a Tartaglia
4 agosto 1539

Cardano chiede conto a Tartaglia del caso irriducibile, sperando di avere ragguagli sulla soluzione

… io ve ho mandato a domandare la resolutione de diversi quesiti alli quali non mi haveti risposto, et tra li altri quello di cubo equale a cose e numero [$x^3 = px + q$] … quando che il cubo della terza parte delle cose eccede il quadrato della metà del numero, allora non posso farli seguir la equatione come appare.

Tartaglia a Cardano
7 agosto 1539

Tartaglia non capisce e lascia aperto il problema
E pertanto ve rispondo, et dico che voi non haveti appresa la buona via per risolvere tal capitolo; anzi dico che tal vostro procedere è in tutto falso.

1540 – Zuanne da Coi ricompare a Milano perché vuole proporsi per la cattedra di matematica alle Scuole Piattine e sfida Cardano a risolvere alcuni problemi algebrici.
Cardano li manda a Tartaglia che non risponde e tronca la corrispondenza.

La sfida viene raccolta e vinta da Ludovico Ferrari (1522 –1565) allievo di Cardano, che risolve un'equazione di quarto grado riducendola, a una equazione di terzo grado priva del termine di secondo grado, risolubile con le formule di Tartaglia.

Il viaggio a Bologna (1542)

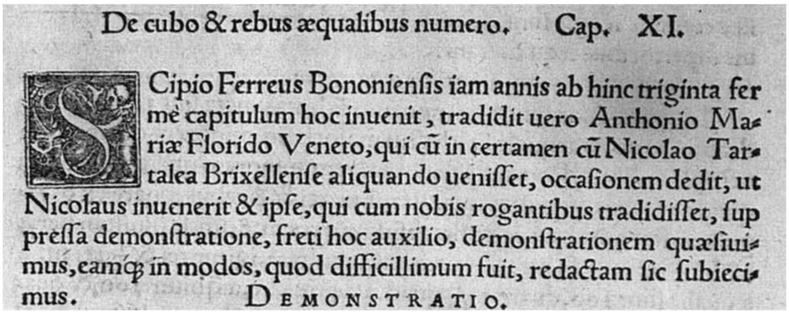
Cardano e Ferrari incontrano Annibale della Nave, genero di Scipione dal Ferro (1465-1526), che aveva insegnato nello Studio bolognese.
Riescono a consultare un quadernetto con gli appunti di Scipione (databili attorno al 1515) dove compare la formula risolutiva dell'equazione di terzo grado.

M. Merian, Topographiae Italiae, 1640, Bologna

Poiché il giuramento di segretezza fatto a Tartaglia riguardava le scoperte del bresciano, ma non quelle di Dal Ferro, per di più avvenute vari anni prima, Cardano nel 1545 pubblica l'*Ars magna* con la formula risolutiva delle equazioni di terzo grado attribuendone la paternità a Scipione del Ferro e a Niccolò Tartaglia.


HIERONYMI CARDANI, PRÆSTANTISSIMI MATHEMATICI, PHILOSOPHI, AC MEDICI, ARTIS MAGNÆ, SIVE DE REGVLIS ALGEBRAICIS, Lib. unus. Qui & totius operis de Arithmetica, quod OPVS PERFECTVM inscripsit, est in ordine Decimus.

Il bolognese Scipione del Ferro ha risolto questo caso già da trent'anni e ha confidato la soluzione al veneto Antonio Maria Fior. Costui, sfidando pubblicamente il bresciano Niccolò Tartaglia, gli ha dato l'opportunità di scoprire a sua volta la formula risolutiva. Tartaglia l'ha poi rivelata a me dopo che l'avevo più volte pregato, ma non mi ha dato la dimostrazione. Con l'aiuto della formula sono riuscito a trovare questa difficile dimostrazione e a proporla qui di seguito. […]


De cubo & rebus æqualibus numero. Cap. XI.

Scipio Ferreus Bononiensis iam annis ab hinc triginta fermè capitulum hoc inuenit, tradidit uero Anthonio Mariæ Florido Veneto, qui cũ in certamen cũ Nicolao Tartalea Brixellense aliquando uenisset, occasionem dedit, ut Nicolaus inuenerit & ipse, qui cum nobis rogantibus tradidisset, suppressa demonstratione, freti hoc auxilio, demonstrationem quæsiuimus, eamq; in modos, quod difficillimum fuit, redactam sic subiecimus.

DEMONSTRATIO.

Cardano nell'Ars magna dà una giustificazione geometrica della regola di Tartaglia (pp. 249-250) e poi menziona il caso irriducibile osservando che si può ancora applicare la regola, ma si ottengono "radici sofistiche".
Dà le trasformazioni che permettono di ridurre l'equazione cubica generale a quella mancante del termine di secondo grado studiata da Tartaglia.

Data l'equazione

$$[1]\quad f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

con a, b, c, d numeri reali o complessi poniamo $x = y + \alpha$

con $\alpha = -\frac{b}{3a}$

la [1] diventa $ay^3 + f^*(\alpha)y + f(\alpha) = 0$

dividendo per a si ottiene:

$$[2]\quad y^3 + py + q = 0$$

La reazione di Tartaglia

Nel 1546 Tartaglia, infuriato, pubblica i Quesiti et inventioni diverse dove espone, attraverso le lettere scambiate, la propria versione dei fatti:

Cardano ha violato il giuramento prestato di non pubblicare la formula risolutiva e si è appropriato della sua scoperta.

Definisce Cardano "ignorante nelle matematiche, poverello, uomo che tien poco sugo e poco discorso".

Cardano lascia la replica all'allievo Ferrari.

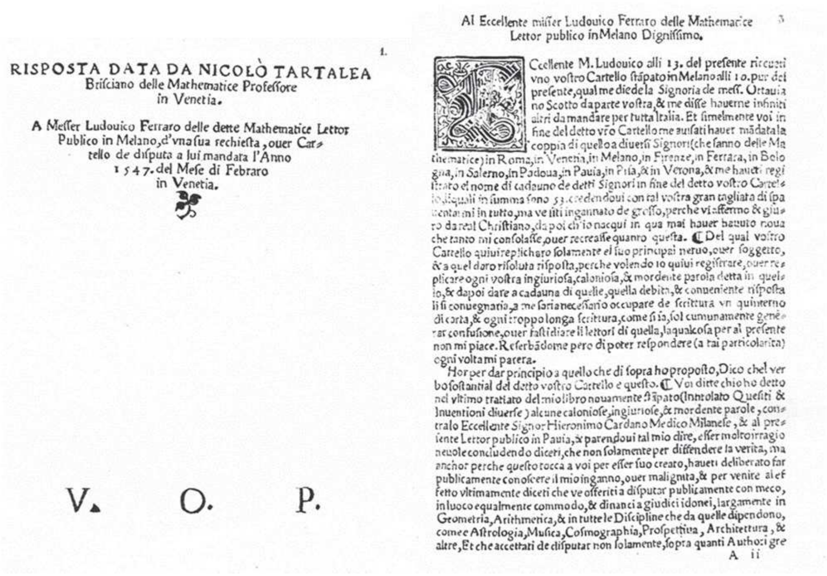
Cartelli, controcartelli e disfida finale
(febbraio 1547 – agosto 1548)

10 febbraio 1547 Ferrari invia a Tartaglia un cartello di matematica disfida accusandolo di aver infangato il nome del maestro

Sfida Tartaglia a una disputa pubblica su tutte le discipline matematiche (200 scudi)

19 febbraio 1547, Tartaglia a Ferrari:
… così non piace di procedere a me, cioè che'l non mi piace (per al presente) de rispondere a voi suo creato, ma solamente a lui…

1 aprile 1547, Ferrari a Tartaglia:
… Cardano ebbe da voi quella vostra invenzioncella del cubo e delle cose uguali a numero, che egli, come richiamandola in vita dalla morte, alla quale era vicina, la trapiantò in un suo volume acutissimo ed eruditissimo, come una pianticella languente e quasi morta in un amplissimo, fertilissimo e amenissimo orto e vene proclamò inventore…



1.

RISPOSTA DATA DA NICOLÒ TARTALEA
Brisciano delle Mathematice Professore
in Venetia.

A Messer Ludouico Ferraro delle dette Mathematice Lettor Publico in Melano, d'vna sua rechiesta, ouer Cartello de disputa a lui mandata l'Anno 1547. del Mese di Febraro in Venetia.

V. O. P.

Al Eccellente misser Ludouico Ferraro delle Mathematice Lettor publico in Melano Dignissimo. 3

Ccellente M. Ludouico alli 13. del presente riceuti vno vostro Cartello stãpato in Melano alli 10. pur del presente, qual me diede la Signoria de mess. Ottauiano Scotto da parte vostra, & me disse hauerne infiniti altri da mandare per tutta Italia. Et simelmente voi in fine del detto vr̃o Cartello me auisati hauer mãdata la coppia di quello a diuersi Signori (che sanno delle Mathematice) in Roma, in Venetia, in Melano, in Firenze, in Ferrara, in Bologna, in Salerno, in Padoua, in Pauia, in Pisa, & in Verona, & me haueti registrato el nome di cadauno de detti Signori in fine del detto vostro Cartello, liquali in summa sono 53. credendoui con tal vostra gran tagliata di spauentarmi in tutto, ma ve siti ingannato de grosso, perche vi affermo & giuro da real Christiano, da poi ch'io nacqui in qua mai hauer hauuto noua che tanto mi consolasse, ouer recreasse quanto questa. Del qual vostro Cartello quiui replicharo solamente el suo principal neruo, ouer soggetto, & a quel daro risoluta risposta, perche volendo io quiui registrare, ouer replicare ogni vostra ingiuriosa, caloniosa, & mordente parola detta in quello, & dapoi dare a cadauna di quelle, quella debita, & conueniente risposta li si conuegnaria, a me saria necessario occupare de scrittura vn quinterno di carta, & ogni troppo longa scrittura, come si sa, sol cumunamente generar confusione, ouer fastidiare li lettori di quella, laqualcosa per al presente non mi piace. Referbãdome pero di poter respondere (a tai particolarita) ogni volta mi parera.

Hor per dar principio a quello che di sopra ho proposto, Dico che'l verbo sostantial del detto vostro Cartello e questo. Voi ditte chio ho detto nel vltimo trattato del mio libro nouamente stãpato (Intitolato Quesiti & Inuentioni diuerse) alcune caloniose, ingiuriose, & mordente parole, contra lo Eccellente Signor Hieronimo Cardano Medico Milanese, & al presente Lettor publico in Pauia, & parendoui tal mio dire, esser molto irragioneuole concludendo diceti, che non solamente per diffendere la verita, ma anchor perche questo tocca a voi per esser suo creato, haueti deliberato far publicamente conoscere il mio inganno, ouer malignita, & per venire al effetto vltimamente diceti che ve offeriti a disputar publicamente con meco, in luoco equalmente commodo, & dinanci a giudici idonei, largamente in Geometria, Arithmetica, & in tutte le Discipline che da quelle dipendono, come e Astrologia, Musica, Cosmographia, Prospettiua, Architettura, & altre, Et che accettati de disputar non solamente, sopra quanti Authori gre

A ii

Controcartello di Tartaglia del 19 febbraio 1547

21 aprile 1547 - Tartaglia a Ferrari

31 quesiti

17 problemi di geometria con compasso ad apertura fissa
3 geografia matematica
1 geometria solida
10 estrazioni di radici quadrate e cubiche

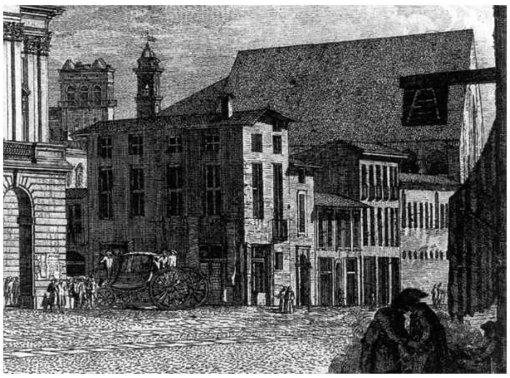
24 maggio – 1 giugno 1547 - Ferrari a Tartaglia

31 quesiti

7 problemi di algebra (3 equazioni cubiche)
13 problemi di geometria
7 problemi di astronomia
3 problemi di filosofia
1 problema di architettura

Dal giugno 1547 al luglio1548 vi è uno scambio di cartelli e di critiche reciproche alle soluzioni.

La sfida finale - 10 agosto 1548



Milano, Chiesa di Santa Maria del Giardino

La qual cosa intesa da Hieronimo Cardano (per non venir al cimento) quello di subito cavalcò di fuora di Milano, talchè al giorno deputato vi venne solamente Ludovico Ferrari con una gran comettiva di gentil'huomini suoi amici et altri, et io solo con un mio fratello…

(Tartaglia, General trattato, 1556)

Chi vinse la sfida ?

Mancano resoconti ufficiali

- Cardano, De vita propria liber (1576)
- Tartaglia, General trattato de' numeri et misure (1556-1560)

Dopo una giornata, Tartaglia abbandonò il campo:

Onde vedendo in tal luogo non haver potuto viva voce adempire il mio intento per tener tutti dalla banda sua, per la qual cosa cominciai a dubitar anchor di peggio, per il che il giorno seguente tacitamente mi voltai alla volta di Brescia, con intention però di fare publicamente in stampa quello che viva voce non mi avevano voluto lasciar essequir. (Tartaglia, General trattato, 1556)

In seguito, Ferrari ricevette numerose allettanti offerte di lavoro, mentre a Tartaglia viene revocato l'incarico di insegnamento a Brescia e con pretesti di vario genere non gli vennero pagate le lezioni tenute. Ritornò alla modesta professione di maestro d'abaco a Venezia.

Conclusioni

- Rafael Bombelli nella sua Algebra (1572) risolve in caso irriducibile, introducendo nuovi enti (numeri complessi) e ne fornisce le regole di calcolo
- Per due secoli i matematici cercano formule risolutive di equazioni di grado superiore al quarto
- L'impossibilità di risolvere per radicali le equazioni generali di grado superiore al quarto è dimostrata da Paolo Ruffini (1813) e da Niels Abel (1824)
- Évariste Galois (1831) ne spiega la ragione. Dalla sua opera trae origine l'algebra astratta.


Paolo Ruffini
1765-1822


Niels Abel
1802-1829


Évariste Galois
1811-1832

Indicazioni bibliografiche e sitografiche essenziali

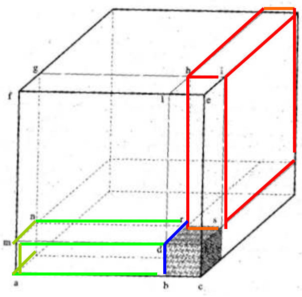
Su Girolamo Cardano si veda:
il sito Girolamo Cardano. Strumenti per la storia del Rinascimento in Italia settentrionale: http://www.cardano.unimi.it
dove è pubblicata l'intera Opera omnia del 1663 in 10 volumi
http://www.cardano.unimi.it/testi/opera.html

Le opere di Tartaglia e Bombelli si possono trovare nel sito di Mathematica Italiana della Scuola Normale Superiore di Pisa
http://mathematica.sns.it/opere/monografie.html
Ferrari, L., Tartaglia, N., Cartelli di sfida matematica, facsimile a cura di A. Masotti, in Supplementi e commentari dell'Ateneo di Brescia, Brescia, 1974.

Balduzzi S. (a cura di), Cardano, Girolamo (1576-1663). Il libro della mia vita, Milano, Luni, 2014.
Franci L., Toti Rigatelli L., Storia della teoria delle equazioni algebriche, Milano, Mursia, 1979
Maracchia S., Storia dell'algebra, Napoli, Liguori, 2005

Appendici

Cardano e la costruzione geometrica delle equazioni di 3° grado



Ars magna, pp. 249-250

Con questa costruzione geometrica si intendeva dimostrare la validità della soluzione ottenuta algoritmicamente

$x^3 + 6x = 20$ $\quad$ $[x^3 + px = q]$

Pone $\overline{ac}^3 - \overline{bc}^3 = 20$ [q]

$\overline{ac} \cdot bc = 2$ $\quad$ $[\frac{p}{3}]$

e per la formula risolutiva si ha: $x = ac - bc = ab$

per cui deve essere

$\overline{ab}^3 + 6\overline{ab} = 20$ [q]

ma dovrà essere $\overline{ab}^3 + 6\overline{ab} = 20 = \overline{ac}^3 - \overline{bc}^3$

(solido che sarà chiamato da Bombelli "gnomonide").

Dunque per dimostrare geometricamente che ab è la soluzione occorre dimostrare che lo gnomonide si può esprimere come somma del cubo ab^3 più altri solidi = 6ab.

Lo gnomonide è $= \overline{ab}^3 + 3ab \cdot \overline{bc}^2$ (in verde) $+ 3\overline{ab}^2 \cdot bc$ (in rosso) ma questi 6 parallelepipedi sono $= 3ab \cdot (ac \cdot bc) = 6ab$, dunque...

Rafael Bombelli, Algebra, 1572

Nel I libro dell'Algebra egli analizza le soluzioni delle equazioni di 2° e di 3° grado e osserva che per risolvere le eq. di 2° grado è sufficiente aggiungere gli irrazionali quadratici,
per le eq. cubiche gli irrazionali cubici.

Osserva che nel caso irriducibile intervengono le radici cubiche di particolari numeri in cui compaiono le radici quadrate di numeri negativi.
Riconosce cioè la necessità di aggiungere nuovi segni per indicare questi enti (detti poi numeri complessi) che denota così

a p.d.m. b (a più di meno b) $\quad$ a + ib
a m.d.m b (a meno di meno b) $\quad$ a - ib

ne stabilisce le leggi formali di calcolo e ne dà varie applicazioni.
A lui va il merito di aver analizzato il caso irriducibile e di averlo risolto in casi particolari.

più via più di meno fa più di meno
meno via più di meno fa meno di meno
più via meno di meno fa meno di meno
meno via meno di meno fa più di meno
più di meno via più di meno fa meno
più di meno via men di meno fa più
meno di meno via più di meno fa più
meno di meno via men di meno fa meno.[7]

$$\begin{bmatrix} (+\ )\,(+i) = i \\ (-\ )\,(+i) = -i \\ (+\ )\,(-i) = -i \\ (-\ )\,(-i) = +i \\ (+i)\,(+i) = - \\ (+i)\,(-i) = + \\ (-i)\,(+i) = + \\ (-i)\,(-i) = - \end{bmatrix}$$

R. Bombelli, Algebra. 1572 fu per oltre un secolo un testo per l'insegnamento superiore

Notazione attuale	Notazione a stampa	Notazione manoscritta
$5x$	$\overset{1}{\smile}$ 5	$\overset{1}{\smile}$ 5
$5x^2$	$\overset{2}{\smile}$ 5	$\overset{2}{\smile}$ 5
$\sqrt{4+\sqrt{6}}$	Rq⌊4pRq6⌋	R⌊4pR6⌋
$\sqrt[3]{2+\sqrt{0-121}}$	Rc⌊2pRq⌊0m121⌋⌋	R^3⌊2pR⌊0m121⌋⌋

R.c = radici cubiche

R. q = radici quadrate

Ancora si può procedere nella agguagliatione di tal Capitolo in questa guisa.[27] Agguaglisi 1 $\overset{3}{\smile}$ a 15 $\overset{1}{\smile}$ + 4; piglisi il terzo delli Tanti, ch'è 5, cubisi fa 125 e questo si cavi del quadrato della metà del numero, ch'è 4, resta — 121 (il qual si chiamerà più di meno) che di questo pigliata la R.q. sarà + di — 11, che aggionta con la metà del numero fa 2 + di — 11, che pigliatone il lato cubico ed aggionto col suo residuo fa 2 + di — 1 et 2 — di — 1, che gionti insieme fanno 4, e 4 è la valuta del Tanto. Et benchè a molti parerà questa cosa stravagante, perchè di questa opinione fui ancho già un tempo, parendomi più tosto fosse sofistica che vera, nondimeno tanto cercai che trovai la dimostratione, la quale sarà qui sotto notata, sì che questa ancora si può mostrare in linea, che pur nelle operationi serve senza difficultade alcuna, et assai volte si trova la valuta del Tanto per numero (come si è trovato in questo esempio). Però ben vi applichi l'animo il lettore; che anco egli si trovarà ingannato.

$\overset{3}{\smile}$ 1 Eguale a $\overset{1}{\smile}$ 15 + 4

5	2
5	2
25	4
5	125
125	

125 R.q. + di — 121

2	2
Somma R.q. + di — 121	Resta R.q. + di — 121
R.c. L2 + di — 11⌋	R.c. L2 — di — 11⌋
Lato 2 + di — 1	2 — di — 1

Sommati fanno 4 che è la valuta del Tanto.

Il caso irriducibile nell'*Algebra* di Bombelli

$x^3 = 15x + 4$ (p. 225)

$x^3 = px + q$

$$\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$$

$$4 - \left(\frac{15}{3}\right)^3 = -121 < 0$$

$$\sqrt[3]{2+11i} = 2+i, \quad \sqrt[3]{2-11i} = 2-i,$$

$$x = \sqrt[3]{2+11i} + \sqrt[3]{2-11i} = 4].$$

$x^3+px = q$

$$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}}$$